



UTICAJ KOLABORATIVNOG UČENJA NA POSTIGNUĆA UČENIKA IZ OBLASTI TRIGONOMETRIJE

Milena Marić¹, Milena Jeretin²

Rezime: Trigonometrija je oblast matematike koja se prožima kroz sve četiri godine srednjoškolskog obrazovanja. Primena ove oblasti u stručnim predmetima iz oblasti geodezije i građevinarstva je velika. U cilju što boljeg savladavanja osnova trigonometrije i sagledavanja primene ove oblasti osmislili smo nekoliko nastavnih časova na jedan drugačiji način. Naš rad prezentuje rad u učionici, ali i primenu naučenog znanja na terenu. Tokom ovog nastavnog procesa učenici su učili kroz kolaborativni rad. Eksperimentalno učenje smo primenjivali van učionice.

Ključne reči: trigonometrijske funkcije, primena trigonometrije, matematičko obrazovanje, kolaborativno učenje.

THE IMPACT OF COLLABORATIVE LEARNING ON STUDENT'S ACHIEVEMENT IN THE FIELD OF TRIGONOMETRY

Summary: Trigonometry is a branch of mathematics which is present throughout all four years of high school. The application of trigonometry in vocational subjects in the field of geodesy and construction is wide. In order to improve the acquisition of the basics of trigonometry and the application of this field, several lessons have been designed in a different way. The paper presents the work in the classroom, but also the application of learned knowledge in practice. During this learning process, the students learnt through collaborative work. Experiential learning was applied outside the classroom.

Key words: trigonometry functions, trigonometry application, mathematics education, collaborative work.

1. UVOD

Dobro je poznato da aktivnosti u maloj grupi, usmerene na ostvarivanje zajedničkih ciljeva, predstavljaju efikasno sredstvo podsticanja kako kod postignuća u učenju, tako i kod socijalnih postignuća (Dillenbourg P. 1999). U tom pogledu sve češće se ističe značaj kolaborativnog učenja, koje se u stručnoj literaturi obično određuje kao pojam pod kojim se objedinjuje niz pristupa podučavanju koji podrazumevaju udružene intelektualne napore učenika, ili učenika i nastavnika (Smith & MacGregor, 1992). Osnovni oblik rada u okviru

¹ Milena Marić, Arhitektonska tehnička škola Beograd, e-mail: milena.maric.f@gmail.com

² Milena Jeretin, Arhitektonska tehnička škola Beograd, e-mail: milena.jeretin@gmail.com

naših časova podržavao je principe kolaborativnog učenja uvažavajući aktivnu ulogu učenika, dobiti timskog rada, različitost učenika i značaj obogaćivanja konteksta u konstrukciji novih znanja, kao i uticaj dobro osmišljenih didaktičkih materijala prilikom izrade didaktičkih materijala, rukovodili smo se idejom da je sadržaj najbitniji u nastavnom procesu. Efekti kojima smo isticali značajna mesta prilikom pravljenja odgovarajućih slajd prezentacija su bili nenametljivi. Trudili smo se da sporednim efektima ne skrenemo pažnju učenika sa suštine. Pored slajd prezentacija, učenicima su prikazivani i interaktivni apleti napravljeni u GeoGebri, softveru za dinamičku matematiku. Efekat inetraktivnih apleta na usvajanje gradiva iz matematike se pokazalo kao značajan uticaj (Marić M, Jeretin M.).

Nastavni plan i program matematike za srednju stručnu školu iz oblasti geodezije i građevinarstva (Vojvodić V. i dr) propisuje da učenici moraju imati visok stepen znanja i kompetencija iz oblasti trigonometrije. Ova oblast je od izuzetnog značaja kako u okviru samog predmeta matematika, tako i u drugim stručnim predmetima. Dobra osnova u prvoj godini ove oblasti u mnogome bi pomogla učenicima kako da savladaju oblast trigonometrije u višim godinama, tako i u okviru stručnih predmeta kao što su statika, beton, građevinske konstrukcije.

Jasno definisani ciljevi prilikom učenja sa jedne strane i podučavanja sa druge u mnogome utiču na dobar ishod nastavnog procesa, Naš cilj je bio da na efektan i slikovit način osmislimo didaktički materijal i nastavni proces vezan za nastavnu jedinicu trigonometrijske funkcije pravouglog trougla. Ne treba zanematiti i činjenicu da zanimljivost nastavnog procesa, kao i demonstracija mogućnosti primene oblasti koja se izučava u mnogome utiče na zainteresovanost za rad kod učenika. Jedan od motiva svakog nastavnika je da zainteresuje učenike za materiju jer su zainteresovanost i postignuća u velikoj koleraciji.

Cilj našeg rada je da opiše drugačiji pristup ovoj nastavnoj temi. U okviru ovog pristupa učenici su imali tradicionalan vid učenja u okviru nastave u školi koji je bio potkrepljen odgovarajućim prezentacijama i projekcijama filmova. Utvrđivanje gradiva je rađeno kroz kolaborativni rad učenika u grupama. Takođe, učenici su po grupama imali zadatak da urade i mali eksperiment. Posle časova utvrđivanja učenici su radili kontrolnu vežbu u okviru koje smo merili nivo stečenog znanja učenika. U okviru ovog rada biće prezentovani rezultati na kraju testa.

2. DIDAKTIČKI MATERIJAL

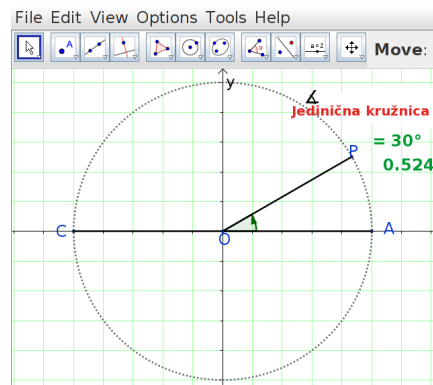
U okviru časova gradivo je prezentovano sa slajd prezentacija na kojima su izvedena najbitnija mesta iz ove oblasti (slike 1, 3, 5, 7, 9). Nakon svake teorijske celine učenici su imali odgovarajuću slajd prezentaciju na kojoj je objedinjeno najbitnije za taj deo. Učenicima je bio dostupan ovaj materijal.

Prilikom izrade prezentacija izuzetno smo vodili računa o dobroj organizaciji prezentacije i svakog slajda ponaosob. Svakako smo vodili računa i o globalnoj organizaciji jer u okviru jednog časa možemo prikazati samo određen broj slajdova. Multimedijalni elementi prezentacije su nam svakako bili zanimljivi i trudili smo se da ih uključimo u prezentaciju, ali ne po svaku cenu. Tamo gde je bilo prostora, stavili smo odgovarajuću animaciju kako bi učenicima koji vizuelno pamte pomogli da se lakše referišu. Jasno je da dobro tehnički urađena prezentacija ne garantuje dobro predavanje (Marić M, Marić M.), niti apsolutno razumevanje sadržaja kod dece, pa smo u tom cilju časove izlaganja pokušali da obogatimo i interaktivnim apletima (slika 2).

GeoGebra (www.geogebra.com) je programski paket za dinamičku matematiku koji je besplatan i javno dostupan. Povezuje geometriju, algebru i analizu. Intuitivan je i jednostavan za korišćenje. Markus Hohenwarter je razvio ovaj softver kao svoj master rad. Danas GeoGebra koristi veliki broj ljudi širom sveta, kako u osnovnim i srednjim školama, tako i na fakultetima. GeoGebra se razvija i dalje, Markus Hohenwarter sa timom svojih ljudi na ovom projektu danas radi na Florida Atlantik Univerzitetu.



Slika 1: Detalj slajd prezentacija



Slika 2: Primer jednog interaktivnog apleta

Glavna karakteristika GeoGebre je dualnost. Aktiviranjem ove aplikacije pojavljuju se dva dela prozora. Jedan deo prozora je geometrijski, koji se često naziva prozor za crtanje, a drugi prozor je algebarski. Ovaj program napravljen je tako da se pri dnu prozora nalazi i polje za direktan unos.

Pomenuta dualnost GeoGebre ogleda se u tome što se za svaki objekat koji je mišem oformljen u geometrijskom delu prozora pojavljuje jednačina koja ga opisuje u algebarskom delu prozora. Takođe, za svaku jednačinu koju unesemo u algebarski deo prozora u geometrijskom delu prozora se pojavljuje geometrijska figura opisana ovom jednačinom.

Trudili smo se da tamo gde je to moguće, materiju koju izlažemo potkrepimo i odgovarajućim interaktivnim apletima. Prednost ovakvog didaktičkog materijala je što se aplet može aktivirati onoliko puta koliko je to učenicima potrebno kako bi uvideli konkretnu zakonitost na koju želimo da ukažemo. Alat u kome su apleti pravljani jako je jednostavan i za samostalno korišćenje učenika što je učenicima i bilo predočeno.

3. KOLABORATIVNO UČENJE

Osnova kolaborativnog učenja jeste mogućnost da grupa učenika uči zajedno (Dillenbourg P). Kolaborativno učenje se sve više podstiče danas u nastavi matematike jer su istraživanja pokazala da je ova metoda i te kako efektivna strategija u procesu učenja. Ovaj vid učenja u mnogome može da pomogne učeniku, npr. može da dovede do uspeha u učenju, da unapredi učeničke veštine, da pomogne učeniku da stekne viši nivo znanja, stavlja učenika u sam centar procesa učenja (aktivno učenje).

Zajedničke pretpostavke svih oblika kolaborativnog učenja su (Smith & MacGregor, 1992):

- *0 učenje je aktivan proces konstrukcije,
- *1 učenje zavisi od bogatstva konteksta (bogatiji konteksti postavljaju učenicima izazov vežbanja i razvoja mišljenja i rešavanja problema višeg reda),
- *2 učenici se razlikuju (učenici nose višestruke perspektive u učionicu, različita porekla, stilove učenja, iskustva i aspiracije – jedan isti pristup ne može da odgovara svima),

*3 učenje je inherentno socijalno (kolaborativno učenje stvara intelektualnu sinergiju u vidu usmerenja većeg broja umova na isti problem).

Kada se uči u grupi prisutne su neke nove aktivnosti u procesu učenja: neophodna je interakcija sa drugim učenicima, saradivanje, interna česta evaluacija postignuća. Zapravo, moglo bi se reći da je kolaborativno učenje deljenje znanja. Takođe, kolaborativno učenje između vršnjaka može da dovede do toga da se u samom procesu učenja otkrivaju nove strategije učenja i veštine za rešavanje problema. Smatramo da je rad sa učenicima ovim pristupom doprineo sledećem:

1. zajedničkim radom učenici dolaze do znanja (učenik će koristiti svoje, ali znanja svojih drugova kako bi otkrio nešto novo);
2. moguća je sinhrona komunikacija između učenika;
3. uključena je veća grupa učenika koja zajedno radi na rešavanju nekog problema, zadatka;
4. učenici rade u grupama – saraduju u potrazi za razumevanjem, rešenjem ili značenjem nečega;
5. socijalni aspekt učenja – međusobni razgovor;
6. učenici podstiču i hrabre jedni druge da uče – interakcija.

Ovde ne treba zaboraviti izuzetnu ulogu nastavnika jer je nastavnik lider. Nastavnik mora da definiše ciljeve grupe, da prati napredak i poteškoće kao i savladavanje istih, da nudi međurešenja i nove pravce kojima se može ići ka cilju. Uspeh ovakvog pristupa zavisi od svih učesnika u procesu nastave.

Okruženje za kolaborativno učenje omogućava da se napravi konstrukcija udruženim znanjem. Ovde se sada misli na geometrijsku konstrukciju. Naime, nastavnik definiše geometrijski problem koji je stavljen pred učenike, a onda se izazov koji je stavljen pred učenike rešava uz međusobnu saradnju učenika, ali i saradnju nastavnika.

4. RAD U GRUPAMA VAN UČIONICE I PREZENTOVANJE ISHODA KOLABORATIVNOG RADA

Nakon završenog teorijskog dela, učenici su podeljeni u grupe. Svaka grupa je imala jasno definisan zadatak. Svaki zadatak je bio jedna od mogućnosti primene trigonometrije u stvarnom svetu. Cilj nam je bio da učenici na konkretnom primeru uoče da naučeno teorijsko znanje vrlo lako mogu i konkretno da primene (slike 4 i 8). Kako su naši đaci, đaci građevinske struke trudili smo se da primena bude iz ove oblasti.



Slika 3: Detalj iz slajd prezentacije



Slika 4: Rad na terenu (merenje)

Opis zadataka po grupama:

- **Prva grupa:** U školskom dvorištu izmeriti ugao kosog krova pomoćne zgrade i širinu zgrade. Izračunati primenom trigonometrijskih funkcija kolika je dužina kosog krova, pokrivenog limom?
- **Druga grupa:** Izračunati primenom trigonometrijskih funkcija visinu vrata u učionici tako što se izmeri rastojanje od posmatrača do vrata i izmeri ugao pod kojim se vide vrata.

VISINA DRVETA (ZGRADE)

Ako nam je poznata udaljenost od drveta(zgrade) i uglomerom ili nekim drugim instrumentom za merenje uglova izmerimo ugao od ravni našeg oka do vrha drveta(zgrade) možemo pomoću trigonometrijskih funkcija odrediti visinu

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{a} \Rightarrow H = a \cdot \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow H_{\text{drveta}} = H + H_1$$

Slika 5: Detalj iz slajd prezentacije

- **Treća grupa:** Izračunati širinu puta koji prolazi pored naše škole, tako što se pomoću izbaždarene letve i uglomera očita ugao i visina izbaždarene letve, a potom pomoću trigonometrijskih funkcija izračuna širina puta.

DUŽINA MOSTA (ŠIRINA REKE)

Da bi odredili širinu reke (dužinu mosta) potrebno je da uglomerom ili mernim instrumentom od našeg oka izmerimo ugao između ravni oka i vrha građevinske letve s druge strane reke. Pošto znamo visinu letve (na njoj postoje oznake visine) očitamo je (**h**), očitamo ugao (**alpha**) i primenom

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{L} \quad L = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha}$$

dobijamo širinu reke (dužinu mosta) **L**

Slika 7: Detalj iz slajd prezentacije



Slika 8: Rad na terenu (merenje)

- **Četvrta grupa:** U učionici neka svi učenici stave svoje rančeve na jednu klupu. Kako obeležiti mesta za učenike A, B, C, ako se između učenika C i B nalaze rančevi, znajući da je razdaljina između C i A 3m a ugao kod učenika A prema učeniku C je 60° primenjujući trigonometrijske funkcije?

Efekat kolaborativnog rada u okviru odeljenja prve godine pratili smo kroz kontrolnu vežbu koju su učenici radili na samom kraju. Kao i po upoređivanju nivoa motivisanosti za ovakav vid organizacije nastave.

Tabela 1: Rezultati testa

Broj 5	Broj 4	Broj 3	Broj 2	Broj 1
8	4	8	4	0

Prosečna ocena odeljenja na testu bila je 3.66. Ova prosečna ocena je bolja od prosečne ocene koju je ovo odeljenje imalo na kraju prvog tromesečja, dakle 3.5.

OBELEŽAVANJE OBJEKTA



Na mestu stare kuće planirano je da se sagradi novi tržni centar. Kuća još uvek nije srušena, a neophodno je da se obeleži teren za novu izgradnju. Po projektu znamo kolike su dužine AC i CB i ugao α , ali dužinu CB ne možemo da obeležimo i izmerimo na terenu, tj. tačku B. Kada obeležimo tačke C i A da bi stigli do tačke B na terenu potrebna nam je dužina L. Nju izračunavamo

$$\cos\alpha = \frac{b}{L} \quad L = \frac{b}{\cos\alpha}$$

Slika 9: Detalj iz slajd prezentacije

5. ZAKLJUČAK

U okviru ovih pet časova učenici su bili izuzetno motivisani za rad. Sve zadatke koje su imali da odrade uspešno su savladali. Učenici koji su imali poteškoća u savladavanju materije u velikoj meri su se obraćali drugim učenicima iz svoje grupe za pomoć. Sve vreme trajanja ovakvog pristupa nastavi, među učenicima je vladala pozitivna, kreativna i radna atmosfera.

Prezentacije sve četiri grupe rezultata kolaborativnog rada uspešno su napravljene i prezentovane ostatku odeljenja. Nesumnjivo, pojavio se i takmičarski duh među učenicima jer im je bio cilj da njihova grupa napravi što bolju slajd prezentaciju svog istraživanja i da je prezentuje odeljenju. Smatrali smo da cilj našeg rada ispunjen time što su deca prvo bila izuzetno motivisana, zatim što su svi svoje projektne zadatke uspešno rešili i na kraju zajedničkim radom napravili prezentacije za nastavnike i ostatak odeljenja.

Satisfakcija nama kao nastavnicima bilo je učeničko pitanje da li ćemo još neku oblast obrađivati na ovakav način i činjenica da su učenici ovladali određenim znanjem i veštinama koje su propisane nastavnim planom i programom. Ne treba zanemariti da je ovakav vid rada uticao i na socijalno povezivanje učenika ovog odeljenja, koji su se radeći na zajedničkom cilju okupili oko jedne ideje i nastavili dalje druženje.

6. LITERATURA

- [1] Marić, M. Jeretin, M (2010). Primena softvera GeoGebra i savremenih veb tehnologija u nastavi matematike u oglednim odeljenjima, *Zbornik radova TIO Čačak, 2010.*
- [2] Smith, B. L., MacGregor, J. T. (1992). "*What Is Collaborative Learning?*", National Center on Postsecondary Teaching, Learning, and Assessment at Pennsylvania State University
- [3] *Davi, B. G.s (2001), Tools for Teaching, A Publication in the Yossei-Bass Higher and Adult Education Series, Center for Teaching and Learning*
- [4] Dillenbourg P. (1999), *What do you mean by collaborative learning?*. In P. Dillenbourg (Ed) *Collaborative-learning: Cognitive and Computational Approaches.* (pp.1-19). Oxford: Elsevier
- [5] Vojvodić G., Petrović V., Despotović R., Šešelja B.: (2006.) *Matematika za II razred srednje škole*, Zavod za izdavanje udžbenika, Beograd, , str. 73-90.
- [6] Ž. Ivanović Ž., Ognjanović S. (2004): *Matematika 2, Zbirka rešenih zadataka i testova za II razred gimnazija i tehničkih škola*, Krug, Beograd, 2004.
- [7] Marić M., Marić M.(2011) *Izrada hipertekstualnih, interaktivnih nastavnih materijala korišćenjem programskog paketa GeoGebra*, Društvo informatičara Srbije, Informatika 2011.
- [8] geogebra.org